

## FILTRES ACTIFS

### DEFINITION ET CARACTERISTIQUES GENERALES

Ils sont construits autour d'un ou plusieurs composants actifs associés à des résistances et condensateurs, les selfs difficiles à intégrer sont exclues. Les composants actifs sont des transistors bipolaires ou MOS mais le plus souvent des amplificateurs opérationnels ou à transconductance, utilisés comme tel ou constituants de quadripôles actifs, NIC gyrateurs, plus rarement FDNR ou FDNC....

Il en résulte les propriétés suivantes qui les distinguent des filtres passifs

Ils ne sont pas obligatoirement stables, la stabilité d'un filtre actif lorsque la valeur d'un ou plusieurs constituants varie doit être particulièrement étudiée.

A cause de la limite fréquentielle des composants actifs ces filtres sont souvent limités aux fréquences basses, le plus souvent en dessous du mégahertz.

Par contre ils fonctionnent très bien aux fréquences basses ou très basses en utilisant des résistances et condensateurs de fortes valeurs.

Les ampli op ayant des impédances d'entrée infinie et de sortie nulle, les filtres actifs peuvent avoir une fonction de transfert indépendante de leur environnement, impédance de la source et de la charge.

Contrairement aux filtres passifs il existe des méthodes automatiques de synthèse qui conduisent à des schémas simples et réalisables.

### METHODES DE SYNTHESE

On peut les classer en trois catégories :

Synthèses reproduisant les structures passives en remplaçant les selfs par des quadripôles actifs, gyrateurs par exemple.

Les cellules prédéfinies

Les méthodes globales automatiques

Nous ne développerons pas la première catégorie qui n'apporte rien de nouveau, sinon la possibilité de travailler aux fréquences très basses.

### Cellules prédéfinies

Par des raisonnements physiques il est possible d'aboutir à des schémas qui remplissent une fonction donnée. De nombreuses cellules ont ainsi été décrites et permettent de résoudre facilement des problèmes simples. Nous citerons quelques exemples, pour complément d'information reportez vous à l'ouvrage de J C Marchais cité plus bas.

#### Exemple 1 : Passe bande du second ordre

Soit le montage de la figure ci contre qui met en œuvre un amplificateur parfait de gain négatif -A.

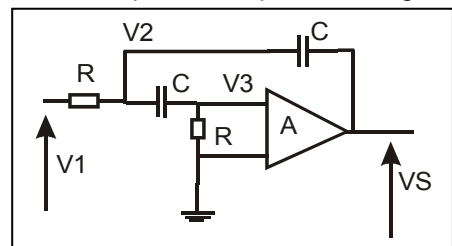
Les équations aux nœuds sont :

$$\frac{v_1 - v_2}{R} + (v_3 - v_2)Cp + (v_s - v_2)Cp = 0$$

$$(v_2 - v_3)Cp - \frac{v_3}{R} = 0$$

$$v_s = -Av_3$$

On en déduit avec  $Y=1/R$  :



$$\frac{v_s}{v_1} = \frac{-AYCp}{Y^3 + 3Y Cp + (1+A)C^2 p^2}$$

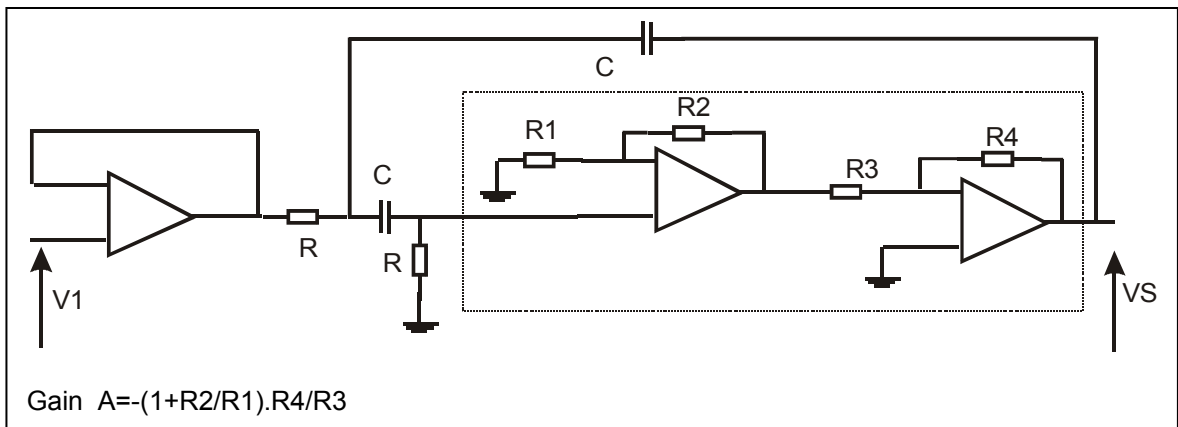
C'est bien une fonction de transfert passe bande du second ordre .En identifiant avec la fonction de transfert d'un circuit bouchon RLC .

$$H(p) = \frac{\omega_0}{Q} \frac{p}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q} p + \omega_0^2}$$

On en déduit la pulsation d'accord  $\omega_0 = \frac{1}{RC\sqrt{1+A}}$  et le coefficient de qualité  $Q = \frac{\sqrt{1+A}}{3}$  mais

aussi le gain pour la fréquence d'accord  $K = \frac{A}{3}$

Ce circuit est intéressant car il est à priori très stable, mais en contre partie son Q est faible, quelques dizaines au plus ., en effet pour un ampli op il est difficile de dépasser A=10000 ce qui ne correspond qu'à Q=33. Pour que le gain soit indépendant de l'environnement il faut que l'impédance d'entrée du montage soit infinie ce qui exige un second amplificateur monté en suiveur à l'entrée. De plus l'amplificateur A de gain négatif doit lui même avoir une impédance d'entrée infinie ce qui mobilise un second suiveur auquel on peut d'ailleurs donner un gain positif pour accroître la valeur du Q. Le schéma réel est alors celui reproduit ci dessous .



La stabilité de ce montage est définie par un coefficient de stabilité :

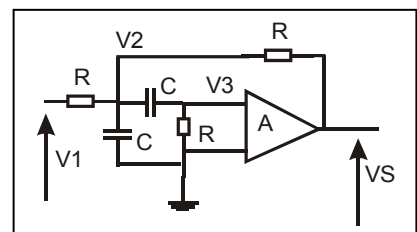
$$S_Q^A = \frac{dQ}{dA} = \frac{1}{2} \frac{A}{1+A}$$

Qui tend vers 1/2 lorsque le gain est grand et ne risque en aucun cas de devenir infini ce qui introduirait une instabilité ( Pôles sur l'axe imaginaire ) .

Notons d'autre part que la fréquence d'accord peut être modifiée en jouant par exemple sur R sans que le Q ne soit modifié. Par contre il n'est pas possible de modifier la fréquence en conservant la largeur de bande.

### Second exemple de passe bande du second ordre

Il s'agit du schéma suivant qui met en œuvre un amplificateur idéal de gain positif La fonction de transfert est cette fois :



$$\frac{V_s}{V_1} = \frac{\frac{A}{RC} p}{p^2 + \frac{4-A}{RC} p + \frac{2}{R^2 C^2}}$$

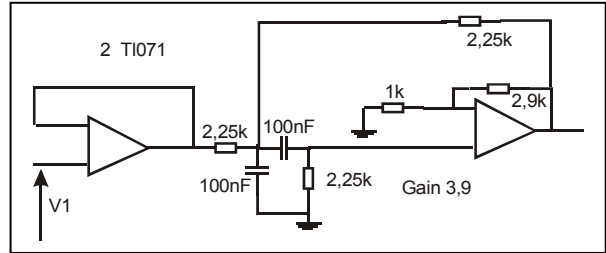
On remarquera le coefficient 4-A du dénominateur qui peut devenir négatif si A>4. En identifiant comme plus haut la fréquence d'accord est

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC} \text{ elle ne dépend plus}$$

cette fois du gain de l'amplificateur.

Le coefficient de qualité  $Q = \frac{1}{4-A}$  devient

infini pour A=4. Il est donc possible d'obtenir avec ce montage un Q élevé mais avec un risque d'instabilité si l'on vise une valeur grande. Le gain de l'ampli positif peut être obtenu avec un seul ampli op mais il est facile de montrer que l'impédance d'entrée devient négative si A>3 et un suiveur d'entrée est pratiquement indispensable.



Ce montage permet un réglage indépendant de la fréquence d'accord et du Q.

Le montage de la figure ci contre est calculé pour 1000Hz et un Q de 10.

### Filtres de Sallen – Key

Ce sont des cellules prédéfinies permettant de réaliser des passe bas polynomiaux. Leur intérêt provient des tables qui ont été calculées et diffusées par les auteurs. (Electronics 18 Août 1969 p 87 – 88)

Les filtres sont réalisés en associant des étages d'ordre 2 et 3. La cellule d'ordre 2 est représentée ci dessous.

Sa fonction de transfert a pour valeur :

$$\frac{A}{R_1 C_1 R_2 C_2 p^2 + [C_2 (R_1 + R_2) + R_1 C_1 (1 - A)] p + 1}$$

elle est stable si le coefficient de p est positif c'est à dire que :

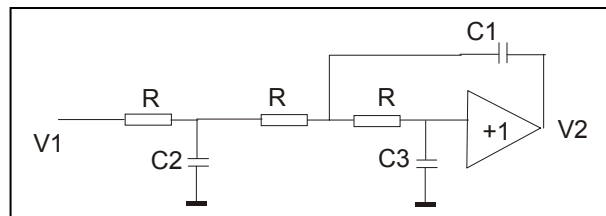
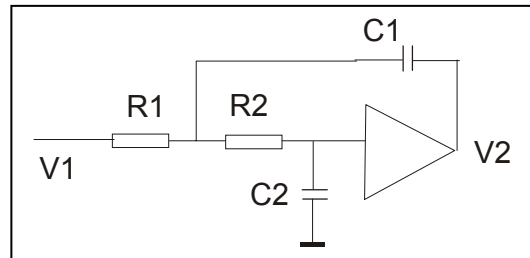
$$A < \frac{(R_1 + R_2) C_2}{R_1 C_1} + 1$$

Condition automatiquement réalisée si A=1. C'est le choix fait par les auteurs. D'autre part 2 paramètres suffisent, on prend alors toutes les résistances égales.

Alors :

$$H(p) = \frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2RC_2 p + 1}$$

La cellule d'ordre 3 est obtenue en ajoutant en tête un RC supplémentaire.



En associant des cellules d'ordre 2 et 3 il est possible de réaliser des fonctions de transfert passe bas polynomiales de tous les ordres. Les auteurs ont calculé sur ordinateur les valeurs à donner aux composants pour obtenir des fonctions de transfert de Butterworth Tchebychef (0,1-0,25-0,5-1 2 et 3 dB) et Bessel jusqu'à l'ordre 10. Le tableau ci dessous tiré de l'article original (R P Sallen and EL Key A practical method of designing RC active filters IEE Trans CT2 March 1965 p 74-85 et Electronics 18 Août 1969 p 82)

Pour éviter les écrêtages internes à fort niveau (car l'un des étages peut, une certaine fréquence, avoir un grand gain) il faut respecter l'ordre des cellules placées en série. Le calcul est effectué de la façon suivante :

Si  $\omega$  est la pulsation de coupure désirée, on choisit une résistance commune R. Alors l'unité de condensateur devient  $C_0 = \frac{1}{R\omega}$  et le tableau indique les valeurs des condensateurs à utiliser

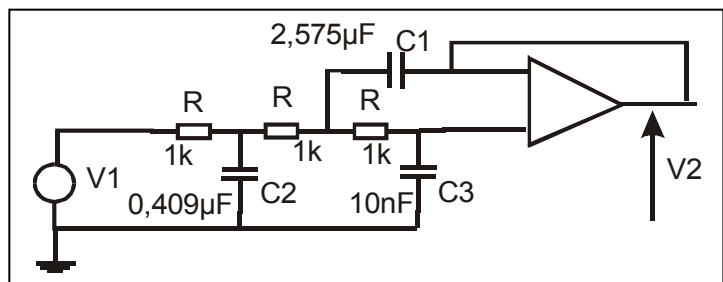
$C_i = K_i C_0$  pour  $i = 1, 2, 3$

Ordre	Filtres de Bessel					Filtres de Butterworth				
	Etage du 2eme ordre		Etages du 3eme ordre			Etages du second ordre		Etages du 3eme ordre		
	K1	K2	K1	K2	K3	K1	K2	K1	K2	K3
2	0,9066	0,6799				1,414	0,707			
3			1,423	0,988	0,2538			3,546	1,392	0,2024
4	0,7351 1,012	0,6746 0,3900				1,082 2,613	0,9241 0,3825			
5	1,041	0,3098	1,009	0,8712	0,3095	3,235	0,3089	1,753	1,354	0,4214
6	0,6352 0,7225 1,073	0,6098 0,4835 0,2561				1,035 1,414 3,863	0,966 0,7071 0,2598			
7	0,725 1,098	0,4151 0,2164	0,8532	0,7792	0,3027	1,604 4,493	0,6235 0,2225	1,531	1,336	0,4885

Degré	Filtres de Tchebychev 1dB					Tchebychev 3dB				
	Etages du second ordre		Etages du 3eme ordre			Etages du second ordre		Etages du 3eme ordre		
	K1	K2	K1	K2	K3	K1	K2	K1	K2	K3
2	2,218	0,6061				3,103	0,4558			
3			16,18	2,567	0,0643			43,42	3,629	0,0253
4	3,125 7,546	1,269 0,1489				4,863 11,74	1,049 0,0943			
5	1,155	0,0935	8,884	3,935	0,2540	18,22	0,0586	15,79	5,917	0,1600
6	4,410 6,024 16,46	1,904 0,3117 0,0642				7,012 9,575 26,15	1,607 0,2002 0,0400			
7	7,941 22,25	0,1993 0,0468	10,29	5,582	0,4012	12,67 35,53	0,1257 0,0291	17,93	8,236	0,2621
8	5,756 6,792 10,15 28,94	2,538 0,4435 0,1395 0,0357				9,217 10,87 16,27 46,34	2,156 0,2866 0,0873 0,0221			

Par exemple le montage ci contre est un filtre de Tchebychev 1 dB du 3eme ordre. Pour lequel avec  $\omega = 2\pi \cdot 1000$  et  $R = 1k$   $C_0 = 0,159nF$

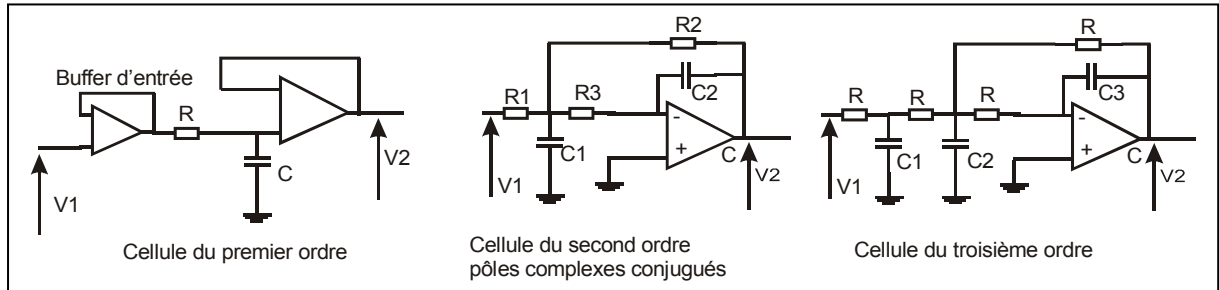
Le tableau donne  $K1 = 16,18$   $K2 = 2,527$  et  $K3 = 0,06428$   
D'où les valeurs des composants  $C1 = 2,575\mu F$   $C2 = 0,409\mu F$   $C3 = 10,02nF$



**Structure de Rauch ou à rétroactions multiples** ( Multiple Feedback MFB)

L'idée de base est la même que pour les filtres précédents mais la structure des cellules est différente. Les amplificateurs opérationnels sont utilisés avec leur gain maximal

Les cellules utilisées sont représentées ci contre. Le tableau suivant permet de réaliser différents filtres jusqu'à l'ordre 6 en utilisant des cellules du second et troisième ordre. Son utilisation est la même que précédemment.



Degré	Filtres De Bessel					Butterworth				
	Etages	Ordre 2	Etages	3eme	Ordre	Second	Ordre	Troisième ordre		
	K1	K2	K1	K2	K3	K1	K2	K1	K2	K3
2	1	0,33				2,12	0,47			
3			1,19	0,69	0,160			2,37	2,59	0,32
4	0,51	0,21				3,19	0,25			
	0,71	0,12				1,62	0,61			
5			0,76	0,39	0,12			2,16	4,31	0,21
	0,64	0,085				1,85	0,54			
6	0,35	0,15				5,79	0,17			
	0,40	0,12				2,12	0,47			
	0,59	0,063				1,55	0,64			

Degré	Tchebycheff 1dB					Tchebycheff 3 dB				
	Ordre 2		Ordre 3			Ordre 2		Ordre 3		
	K1	K2	K1	K2	K3	K1	K2	K1	K2	K3
2	2,73	0,33				4,65	0,30			
3			4,21	5,84	0,16			6,81	9,87	0,12
4	10,75	0,094				17,6	0,063			
	4,45	0,80				7,29	0,70			
5			6,96	16,56	0,060			11,3	27,23	0,039
	6,40	0,36				10,44	0,254			
6	24,12	0,041				39,24	0,0267			
	8,82	0,20				14,36	0,133			
	6,46	1,24				10,51	1,07			
7			9,77	32,5	0,030			15,83	53,14	0,019
	11,7	0,13				19,02	0,084			
	8,10	0,53				13,16	0,37			

Tableaux pour le calcul des filtres en structure de Rauch.

Il existe maintenant de nombreux logiciels, certains en freeware sur internet, conçus pour calculer de tels filtres, par exemple FILTER2.EXE de Burr Brown ([www.burr-brown/applications/](http://www.burr-brown/applications/)) permet de choisir pour chaque structure soit les valeurs des résistances, soit celles des condensateurs (il est en effet intéressant de choisir des valeurs normalisées pour les condensateurs et d'ajuster en conséquence les résistances bien moins coûteuses), ce logiciel calcule également les coefficients de stabilité :

$$S_R^Q = \frac{dQ/Q}{dR/R} \quad \text{et} \quad S_C^Q = \frac{dQ/Q}{dC/C}$$

Les deux structures ont des performances voisines, Salen Key qui utilise des ampli op en gain de 1 est peut être mieux adapté aux fréquence un peu élevées mais la structure de Rauch (MFB) permet d'obtenir des coefficients de stabilité souvent meilleurs .

## Les méthodes globales

Elles permettent d'associer automatiquement un schéma à une fonction de transfert donnée. Elles ne conduisent pas bien sûr forcément au montage le plus simple , mais elles marchent à tous les coups. Nous en citerons deux , la première est la plus classique mais les schémas obtenus sont parfois complexes.

### Méthode des intégrateurs .

Un filtre linéaire effectue sur un signal d'entrée des opérations linéaires addition soustraction multiplication par des constantes ou intégration qui peuvent être effectuées par des amplificateurs opérationnels convenablement câblés. Le montage n'est autre qu'un calculateur analogique qui résout une équation différentielle linéaire .

Un exemple illustre parfaitement la méthode.

Soit à synthétiser la fonction de transfert passe bande du second ordre de pulsation d'accord  $w$  et de coefficient de qualité  $Q=w/K$  , gain unité pour la fréquence d'accord.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{Kp}{p^2 + Kp + w^2}$$

Première étape on effectue le produit en croix

Il vient : 
$$v_2 p^2 + Kp v_2 + w^2 v_2 = Kp v_1$$

En divisant par  $p^2$  ( ou de façon plus générale par la puissance la plus élevée de  $p$  ) on isole  $v_2$  dans le premier membre :

Soit : 
$$v_2 = \frac{Kv_1}{p} - \frac{Kv_2}{p} - \frac{wv_2}{p^2}$$

Montrant que  $v_2$  est obtenu en effectuant des opérations d'intégration sur lui même et  $v_1$  On utilise alors des amplificateurs montés en intégrateur puis en additionneur sommateur. D'ou le schéma :

$V_1$  est appliqué à l'entrée du premier intégrateur  $R=1$   $C=1/K$  (valeurs normalisées) dont la sortie est  $(-1/RCp)V_1$  soit  $(-K/p)V_1$  Noter que le signe est opposé à celui qui figure dans la formule ci dessus

On suppose alors  $V_2$  connu et on m'applique à l'entrée du second intégrateur  $R=1$   $C=1/K$  dont la sortie est  $(-K/p)V_2$

Le dernier terme est obtenu par une seconde intégration du signal précédent .L'intégrateur câblé avec  $R=1$  et  $C=K/W$  fournit un signal de sortie :

$$-\frac{1}{R \frac{K}{w} p} \left( -\frac{K}{p} v_2 \right) = +\frac{w}{p^2} v_2$$

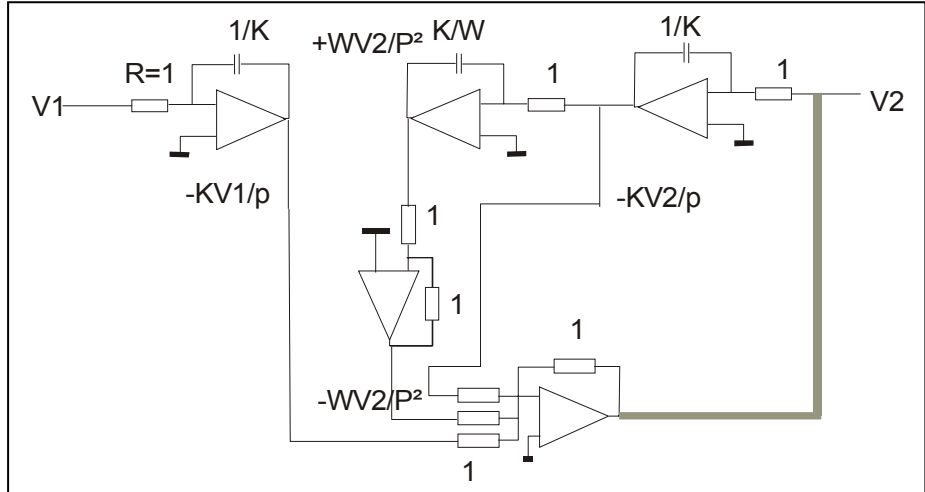
Il reste alors à combiner les trois résultats et relier la sortie au point qui a été appelé  $v_2$  ( en gris sur la figure ).On peut utiliser un additionneur soustracteur à entrées multiples ou un simple

additionneur de gain  $-1$  mais alors il faut au préalable ajuster convenablement les signes. Ce qui donne le schéma suivant .

La méthode est applicable à toute fonction de transfert mais le nombre d'amplificateurs mis en œuvre peut être important et la stabilité moins bien assurée par suite des imperfections de ces amplificateurs surtout lorsque la fréquence augmente.

Un seul schéma peut également réaliser plusieurs fonctions de transfert en utilisant plusieurs sorties différentes, par exemple il est possible d'obtenir sur 2 sorties un passe bas et un passe haut de même dénominateur.

IL est possible de simplifier le schéma en utilisant un additionneur sommateur à entrées multiples et parfois un intégrateur à plusieurs accès.



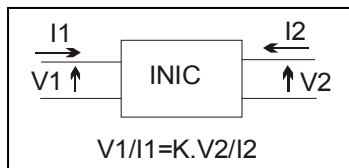
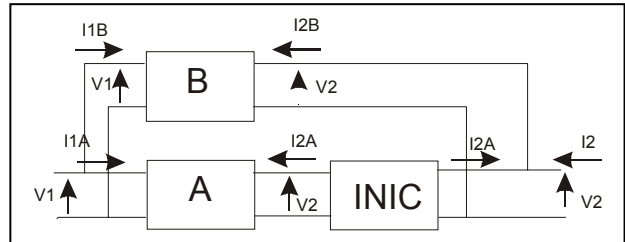
### Méthode de Yanagisawa

Cette méthode très astucieuse met en œuvre un seul amplificateur opérationnel ( non compris les suiveurs d'entrée et sortie ) câblé en NIC . On a vu lors de la synthèse des immittances que le processus était souvent bloqué par l'apparition de termes négatifs, la méthode de Yanagisawa n'évite pas ces termes mais les inclus sous forme positive dans la structure.

Le schéma de base est représenté ci contre, le INIC de coefficient K est associé à deux quadripôles placés en série avec l'entrée et en parallèle sur l'ensemble.

Pour simplifier la présentation ce qui ne nuit pas à la généralité nous supposons que  $K=1$ .

Alors on sait que pour un INIC de coefficient 1  $V_2=V_1$  et  $I_2=I_1$



Chaque quadripôle peut d'autre part être défini par sa matrice Y.

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2$$

$$I_2 = Y_{12}V_1 + Y_{22}V_2$$

Les deux quadripôles étant en parallèle à l'entrée ont la même tension d'entrée  $V_1$

$$I_1 = I_{1A} + I_{1B}$$

$$I_2 = I_{2B} + I_{outNIC}$$

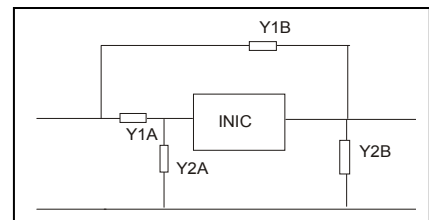
Mais pour le NIC  $I_{outNIC} = -I_{2A}$

Compte tenu des expressions de  $I_{2B}$  et  $I_{2A}$ : il vient pour la seconde équation :

$$I_2 = I_{2B} - I_{2A} = (Y_{21B} - Y_{21A})V_1 + (Y_{22B} - Y_{22A})V_2$$

Si aucune charge extérieure n'est connectée en sortie  $I_2=0$  soit :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{Y_{21A} - Y_{21B}}{Y_{22B} - Y_{22A}}$$



N/D étant la fonction de transfert à synthétiser.

Yanagisawa propose alors que chaque quadripôle ait une structure en demi échelle constituée d'un barreau en série suivi d'un barreau en parallèle.

Pour un tel quadripôle il est facile de calculer la valeur des paramètres Y

$$Y_{21} = \left( \frac{I_1}{V_1} \right)_{V_2=0} = -Y_1$$

$$Y_{22} = \left( \frac{I_2}{V_2} \right)_{V_1=0} = Y_1 + Y_2$$

Alors dans le cas présent :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(-Y_{1A} + Y_{1B})}{Y_{1B} - Y_{1A} + Y_{2B} - Y_{2A}} = \frac{N}{D} = \frac{N}{N + (D - N)}$$

C'est à dire qu'il faut choisir les admittances telles que :

$$(Y_{1B} - Y_{1A}) = AN(p)$$

$$(Y_{2B} - Y_{2A}) = A(D(p) - N(p))$$

A étant quelconque.

Yanagisawa a ensuite montré que la synthèse était toujours possible à condition de prendre pour A un polynôme en p de racines négatives réelles dont le degré est de 1 point inférieur à celui de la fonction de transfert, plus précisément :

$$(Y_{1B} - Y_{1A}) = \frac{N(p)}{q(p)}$$

$$(Y_{2B} - Y_{2A}) = \frac{(D(p) - N(p))}{q(p)}$$

avec ... $d^0(q(p)) = d^0(H(p)) - 1$   
et racines réelle négatives.

Ensuite chaque fraction N/q et (D-N)/q est développée sous la forme  $A + Bp + \sum_n \frac{C_n p}{p + a_n}$

**Attention** il ne s'agit pas d'un développement classique le numérateur des fractions est un terme en p. A représente alors une résistance 1/A, B une capacité en parallèle, et chacun des termes suivants un condensateur C/a en série avec une résistance 1/C

L'exemple suivant montrera comment gérer les termes négatifs.

**Exemple** : Soit à réaliser le filtre passe bande du second ordre de fréquence centrale  $\omega$ ; de coefficient de qualité Q ayant un gain unité à l'accord. Soit :

$$\frac{N}{D} = \frac{Kp}{p^2 + Kp + \omega^2} \text{ avec } K=\omega/Q$$

La fonction de transfert est de degré 2, le polynôme q(p) est donc du premier ordre, par exemple p+1 (le choix est quelconque à condition que le zéro choisi, ici 1, ne soit pas pôle ou zéro de H)

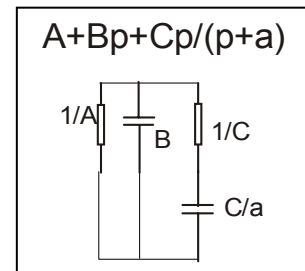
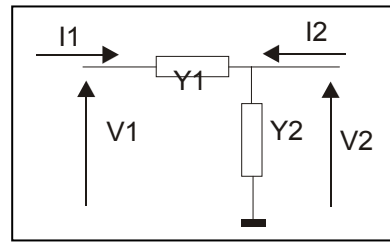
Alors il vient :

$$\frac{N(p)}{p+1} = \frac{Kp}{p+1} = Y_{1B} - Y_{1A}$$

$$\frac{D(p) - N(p)}{p+1} = \frac{p^2 + \omega^2}{p+1} = Y_{2B} - Y_{2A}$$

La première équation ne comporte pas de terme négatif nous prendrons donc

$$Y_{1B} = \frac{Kp}{p+1} \dots \text{et} \dots Y_{1A} = 0$$





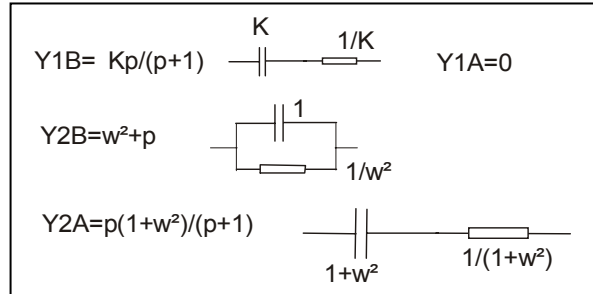
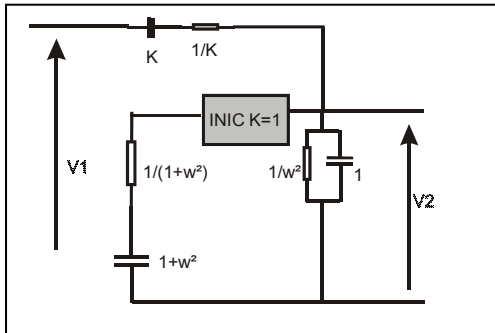
Pour la seconde le développement de (D-N)/q est :

$$\frac{p^2 + w^2}{p+1} = w^2 + p - \frac{p(1+w^2)}{p+1}$$

Il suffit d'attribuer les termes positifs à  $Y_{2B}$  et le négatif à  $Y_{2A}$

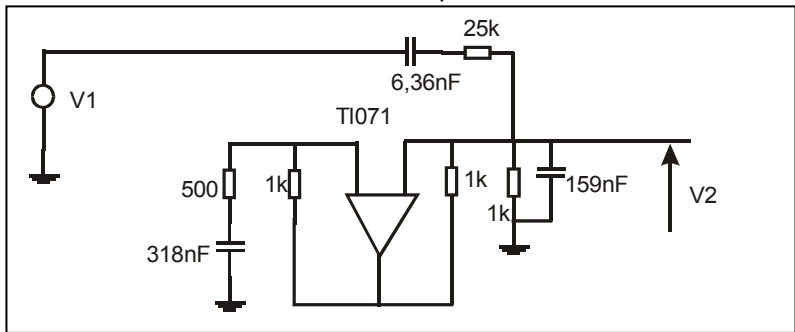
Soit :  $Y_{2B} = w^2 + p$

et  $Y_{2A} = \frac{p(1+w^2)}{p+1}$



Les structures correspondantes sont représentées dans la figure ci contre. D'où le schéma final/

Introduisons maintenant des valeurs numériques  $w=2\pi \cdot 1000$  et  $Q=25$ . Nous prendrons comme unité de résistance  $1k\Omega$ , pour une pulsation de normalisation de  $6283 \text{ rad/sec}$  l'unité de condensateur est  $0,159155\mu\text{F}$  Avec ce choix le  $w$  de la théorie précédente est une valeur normalisée soit 1 et  $K=1/25$ . Le montage est alors le suivant :



La simulation montre que le circuit remplit parfaitement le cahier de charges imposé.

-----Bibliographie : J C MARCHAIS Les structures des filtres actifs Editions MASSON

