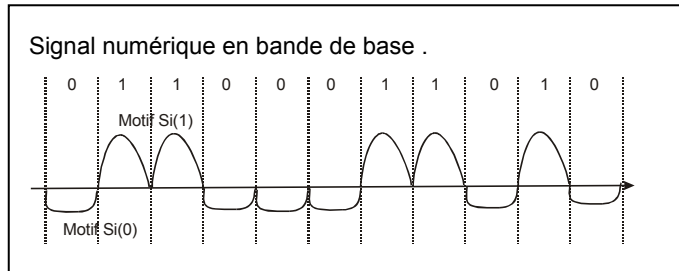


TRANSMISSION DES SIGNAUX NUMERIQUES : SIGNAUX EN BANDE DE BASE

Un message numérique est une suite de nombres que l'on considérera dans un premier temps comme indépendants. Ils sont codés le plus souvent en binaire et le codeur délivre alors une suite de caractères que nous appellerons 0 et 1 avec un débit défini par une horloge de période T.

A chaque caractère est attribué un symbole et le signal numérique est une suite discrète de symboles à la cadence de l'horloge bit. Pour le calcul du spectre on admet que ces symboles sont indépendants et équiprobables. Ce n'est pas la réalité, mais nous verrons plus loin comment s'en approcher.

Caractère	Symbole
0	$g_0(t)$
1	$g_1(t)$



La figure ci contre est un exemple d'un tel signal.

Le plus souvent les deux formes correspondant aux deux valeurs des symboles ne sont pas quelconques et l'on peut écrire :

$g_i(t) = d_i \cdot g(t)$ avec $d_i = 0$ ou 1 , ou $+1$ et -1 $g(t)$ est l'impulsion élémentaire de transformée de Fourier $G(f)$

Le signal numérique global est alors :

$$s(t) = \sum_k d_{i(k)} g(t - kT)$$

On peut en calculant la fonction d'autocorrélation montrer que la densité spectrale de puissance est de la forme :

$$S(f) = \frac{\langle d_i^2 \rangle - \langle d_i \rangle^2}{T} |S(f)|^2 + \frac{\langle d_i \rangle^2}{T^2} \sum_k |S(kF_E)|^2 \delta(f - kF_E)$$

$\langle \rangle$ représentant la moyenne.

Le premier terme est un spectre continu qui a l'allure de $S(f)$, le second un spectre de raies aux fréquences multiples de l'horloge bit qui n'existe que si la moyenne des symboles n'est pas nulle et si $S(f)$ n'est pas nulle à la fréquence bit. Par exemple il n'y a pas de raies si $s(t)$ est constante pendant la durée d'un symbole.

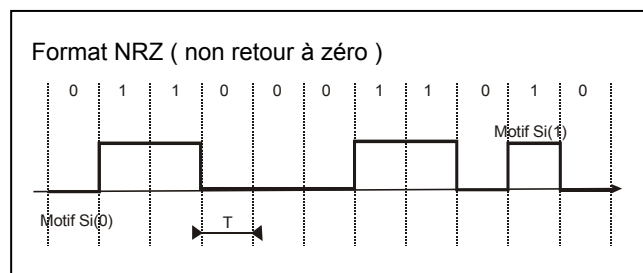
Ce signal S recueilli directement à la sortie du codeur est appelé **signal en bande de base**, il comporte le plus souvent deux niveaux, parfois 3.

Codes à deux niveaux

Format NRZ

Le signal NRZ est le plus simple. C'est la forme que l'on rencontre tout naturellement lors de l'échange de signaux binaires au sein d'un circuit. Le 1 est codé par un niveau haut maintenu pendant une période d'horloge bit, un 0 est un niveau bas pendant la même durée.

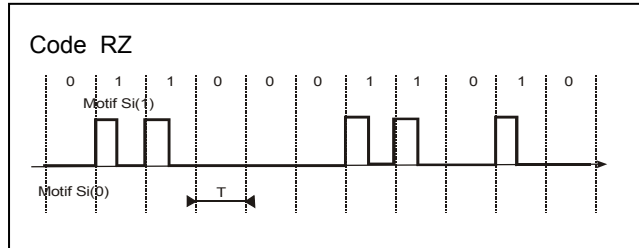
Ce signal peut être considéré comme la juxtaposition aléatoires d'un motif rectangulaire représentant le caractère 1. Son spectre de puissance est alors le même que celui de ce motif c'est à dire un sinus cardinal au carré de largeur $1/T$. Il est facile de constater que le spectre ne possède pas de raie à la fréquence bit en effet le produit du signal NRZ et d'une sinusoïde à la fréquence de l'horloge bit à une moyenne nulle. A la réception la restitution de cette horloge risque donc d'être difficile.



Ce format ne convient pas pour les canaux de transmission qui ne passent pas le continu, en effet dans ce cas une longue suite de 1 est indiscernable d'une longue suite de zéros .

Format RZ (retour à zéro)

Le signal retourne au niveau zéro pendant une demi période d'horloge . On peut aussi considérer



pendant la même durée pour un 1

Ce signal ressemble au précédent mais avec un motif de base moitié moins large. Il a le même spectre en sinus cardinal mais de largeur double . Ce qui est plus intéressant c'est la présence d'une raie à la fréquence de l'horloge bits , le dessin de la figure ci contre montre en effet que le produit du signal par une sinusoïde à cette fréquence à une valeur moyenne non nulle . Il est donc possible de restituer l'horloge bit en utilisant un filtre étroit centré sur sa fréquence . On utilise dans ce but des filtres à quartz ou résonateurs céramiques de très grand coefficient de qualité .

En présence d'un grand nombre de zéros successifs , la raie à la fréquence horloge a une faible intensité et le filtrage devient difficile .Pour enrichir le signal en transitions faciliter la récupération d'horloge et aussi permettre son transport sur un canal qui coupe le continu d'autres codes .ont été imaginés.

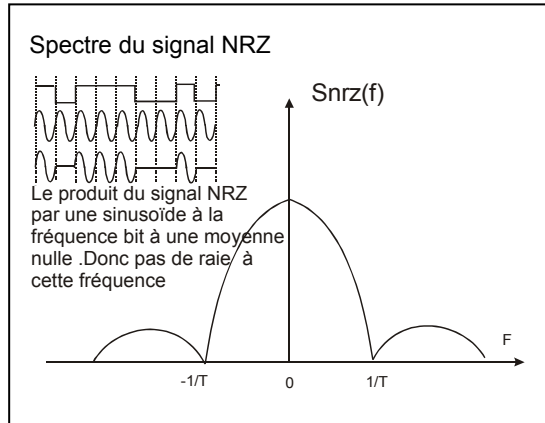
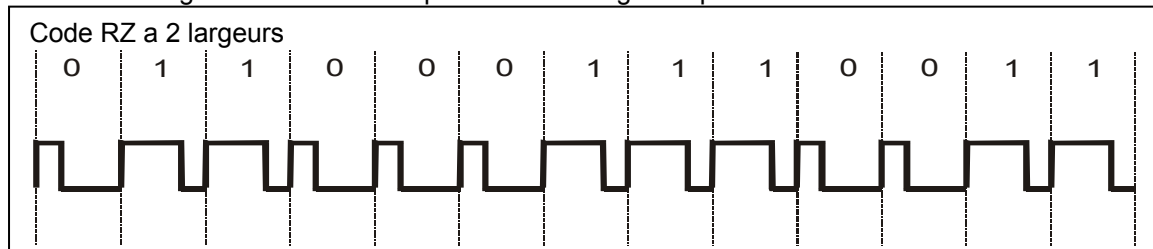
Code à modulation de largeur

Ce code qui a été utilisé pour enregistrer sur bande magnétique les programmes des premiers micro ordinateurs (Apple 2 – TRS80 ..)

Le zéro est codé sous forme d'une impulsion de largeur le tiers d'une période

Le 1 sous forme d'une impulsion de largeur 2/3T

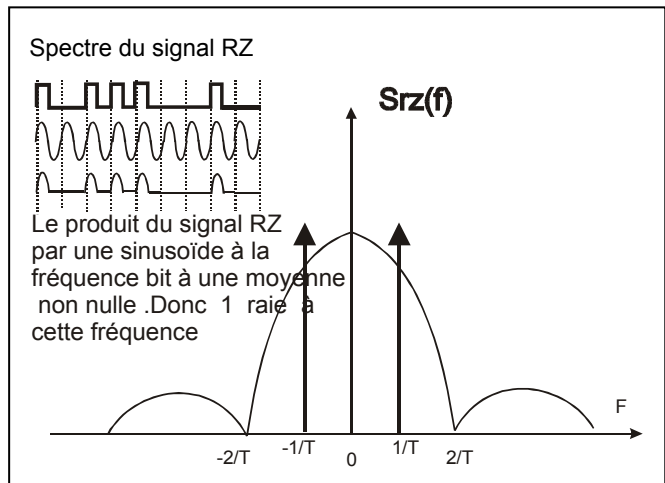
Un échantillonnage du signal au milieu de la période T fournit donc directement l'état du bit transmis. Ce format permet une récupération très simple de l'horloge bit ; Il suffit de détecter les fronts montants du signal . Par contre le spectre a une largeur triple .



que les symboles associés aux deux caractères 0 et 1 sont

Un niveau 0 pour 0

Un niveau 1 pendant T/2 suivi de 0



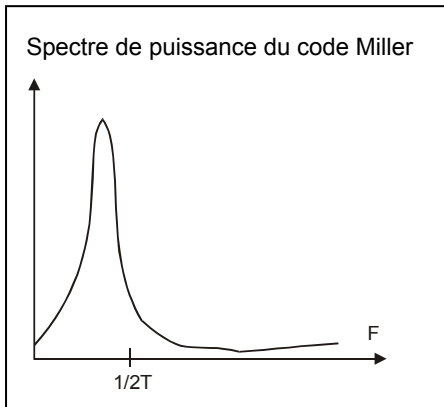
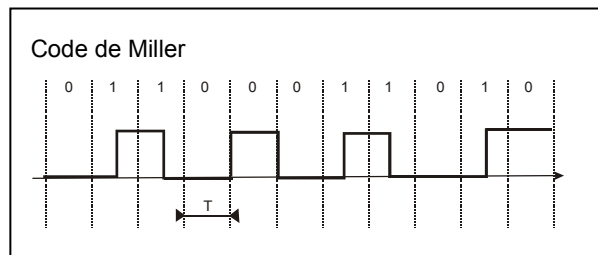
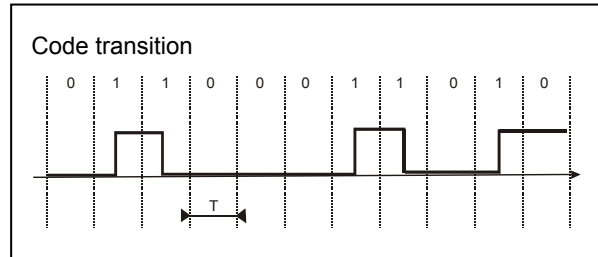
Codes par transitions

Les motifs associés aux caractères ne sont plus des niveaux mais des transitions au milieu de chaque période d'horloge .

Code transition , code Miller

Une transition montante ou descendante au milieu de la période bit représente un 1 , une absence de transition un zéro . La largeur minimale du motif est T , le spectre va donc avoir une largeur (lobe central) de $\pm 1/T$ comme le NRZ . Son spectre est d'ailleurs très semblable . Ce code n'est pas utilisé sous cette forme, il est enrichi en ajoutant des transitions à la fin d'une période d'horloge dans le cas d'une suite de zéros , c'est le code Miller

Ce code a un spectre qui présente un maximum pour $f=0,4/T$ et qui ne s'annule pas pour $0, 1/T, 2/T \dots$ Il n'est pas construit directement



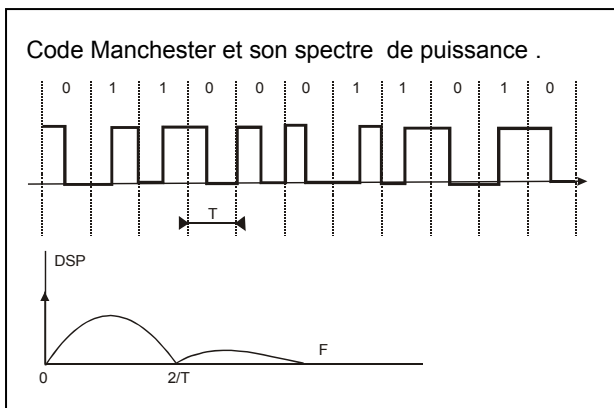
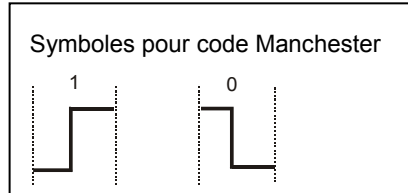
mais à partir du code biphase (code Manchester) .

Code Manchester

Un 1 est représenté par une transition montante au milieu d'une période d'horloge, un 0 par une transition descendante. Il est nécessaire d'ajouter des transitions de service placées en début ou fin de période. On peut également considérer que le caractère 1 est codé par la succession 0 1

pendant une période et un 0 par la succession inverse 1 0

Le signal peut être considéré comme formé de motifs élémentaires de largeur

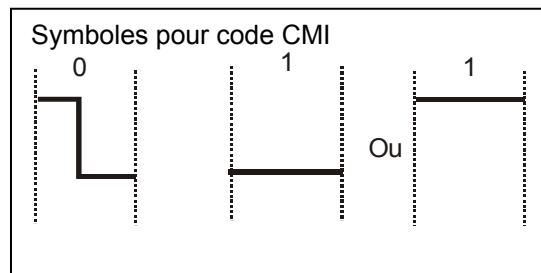


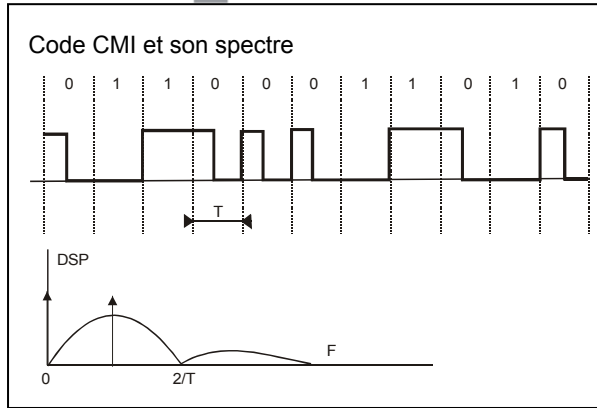
$T/2$, son spectre présente donc une largeur (du premier lobe) $2/T$ double de celui du NRZ de base. Par contre sa densité spectrale de puissance est nulle à la fréquence zéro, il n'y a pas de raies ce qui complique la restitution de l'horloge bit au niveau du récepteur .

On pourra constater que le code Miller est obtenu à partir du Manchester en supprimant une transition sur deux .

Pour faciliter cette restitution un code légèrement différent est parfois utilisé c'est le code CMI (Code Mark Inversion) pour lequel seul le symbole 0 du Manchester est conservé , un 0 est codé par la succession 10 mais un 1 par un niveau constant 0 ou 1 pendant une période d'horloge. Le spectre a la même forme que celui du Manchester mais il possède une raie pour $f=1/T$ que l'on peut isoler par filtrage pour restituer l'horloge bit

Code C M I





Les codes différentiels

Tous les codes précédents nécessitent dans le cas d'une transmission sur paire téléphonique un repérage des fils de ligne, en effet un croisement de ces fils provoque une inversion des 1 et 0. Pour pallier à cet inconvénient on utilise des codes différentiels ou est codé non l'état d'un bit mais sa différence avec le précédent. Il est évidemment nécessaire dans ce cas de connaître la valeur du bit de

départ, mais cette exigence se retrouve dans la plus part des transmissions avec porteuse que nous décrivons plus loin. En début de message une suite de 0 ou 1 de repérage sont toujours transmis pour caler les récepteurs.

Il faut considérer deux cas suivant que l'on compare deux bits successifs de la liste initiale ou un bit de cette liste et le bit précédemment transmis.

Si a_n est la suite de bits constituant le message initial et b_n la suite transmise.

Dans le premier cas: $b_n = a_n \oplus a_{n-1}$

(on parle parfois de format 1+D D représentant l'opérateur retard)

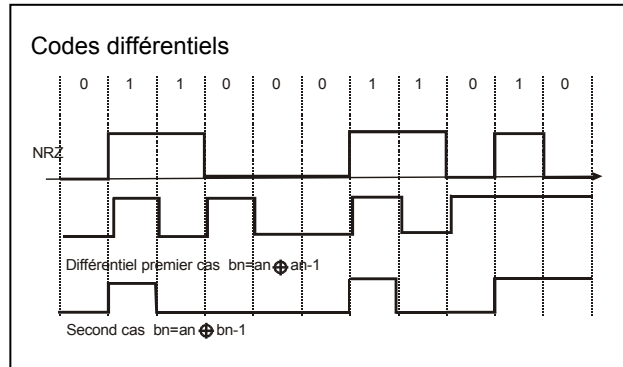
Il suffit à la réception pour récupérer la suite des a de faire: $a_n = b_n \oplus a_{n-1}$

Dans le second cas $b_n = a_n \oplus b_{n-1}$

(format 1-D en effet la fonction de transfert en z assurant le passage de a à b est $1-z^{-1}$)

A la réception $a_n = b_n \oplus b_{n-1}$

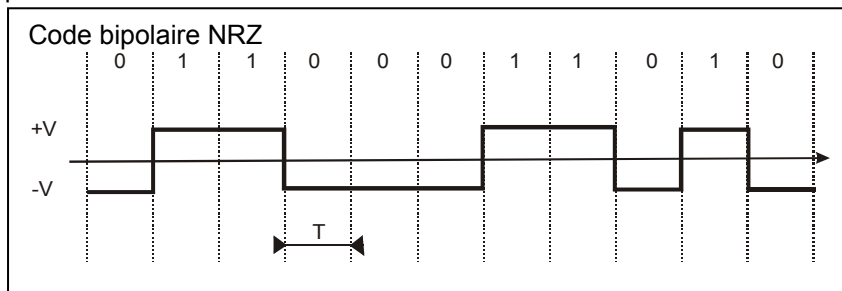
Il est bien sûr possible pour coder la suite transmise d'utiliser un code Manchester, CMI ou autre.



Codes à 3 niveaux (bipolaires)

Lorsque le canal de transmission est un câble il est possible de distinguer le signe d'un signal et d'utiliser des **codes bipolaires** pour lesquels les niveaux binaires seront définis par les deux niveaux +V et -V enrichis éventuellement du niveau zéro. Il ne s'agit pas d'un code ternaire, les données restent codées en binaire mais les trois niveaux possibles sont exploités.

Le format bipolaire le plus simple est le format NRZ pour lequel le bit 1 est codé par +V et 0 par -V.



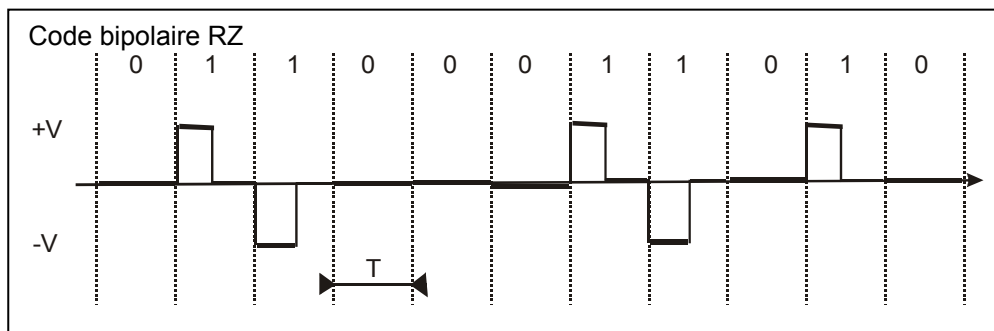
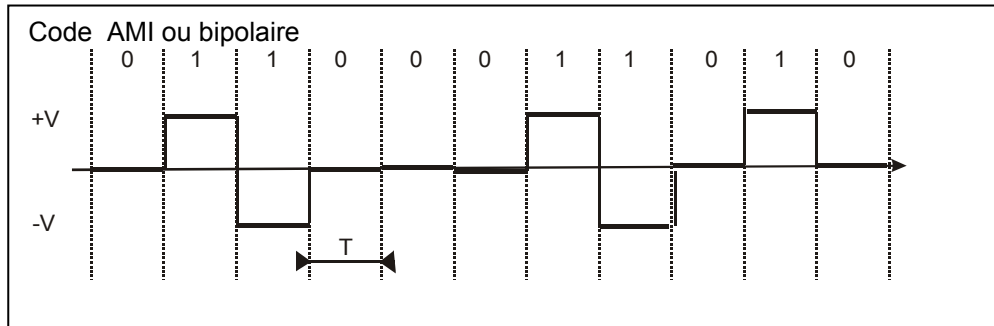
Ce code est utilisé par exemple pour les liaisons type RS232 entre ordinateurs, il présente l'avantage de distinguer un niveau valable d'une rupture de liaison (qui donne un niveau nul)

Le spectre de ce signal à comme largeur $1/T$ et ne

contient pas de raies. La restitution d'horloge peut être assurée par détection des fronts et redressement. On obtient ainsi des impulsions espacées de T ou un multiple capables de synchroniser une boucle de phase.

Le code Manchester est le plus souvent mis sous forme bipolaire.

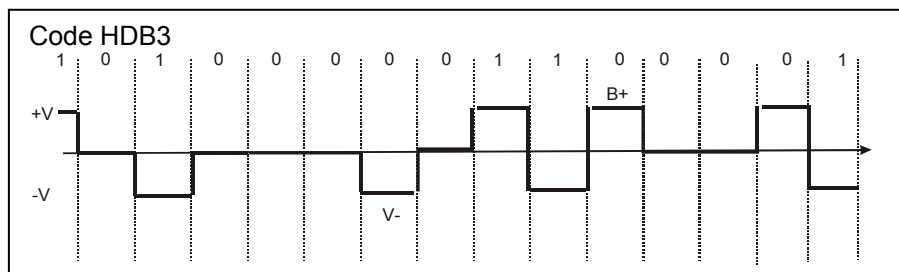
Un code très répandu est appelé **code bipolaire** ou **AMI** (Alternate Mark Inversion). Un bit 0 est représenté par un niveau zéro pendant une période d'horloge , un 1 par un niveau alternativement +1 ou -1 Ce code ne possède ni composante continue ni raie à la fréquence bit . Il est parfois remplacé par un code **bipolaire RZ** pour lequel la durée d'un niveau 1 est réduite à une demi période horloge. Dans ce cas la restitution de l'horloge bit peut être obtenue par un simple redressement .



Codes HDBn

Quel que soit le code utilisé la restitution de l'horloge bit peut être difficile si le nombre de transitions est insuffisant , par exemple avec un code CM1 et une longue suite de 1 l'amplitude de la raie à $1/T$ devient très faible . Pour remédier à ce problème plusieurs solutions sont possibles , la première étant le code HDBn (Haute Densité Bipolaire d'ordre n)

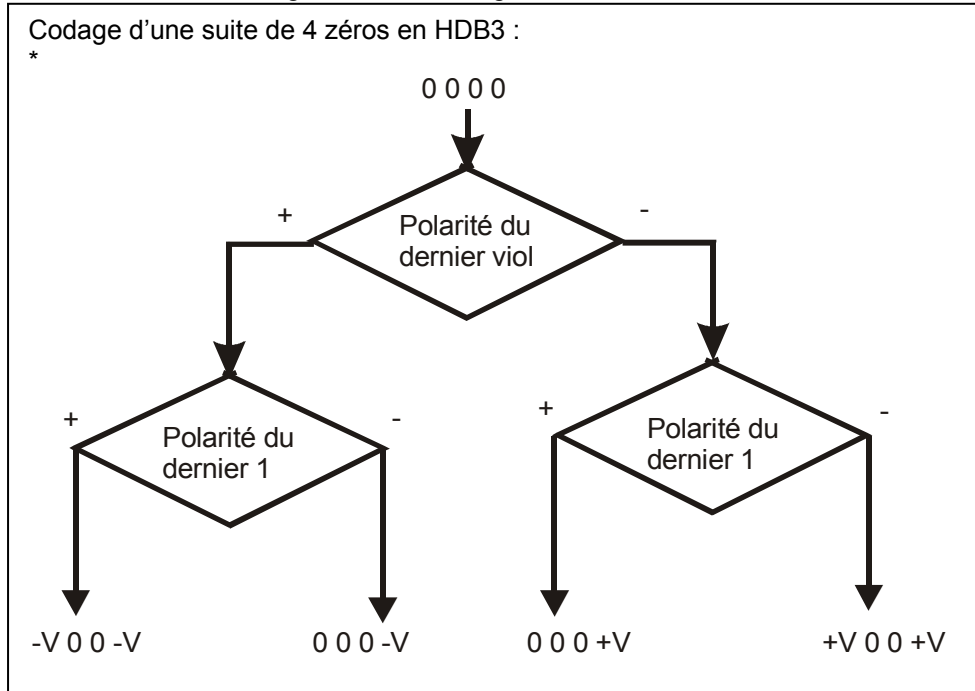
Ce code est dérivé du code bipolaire (AMI) dans lequel on interdit plus de n symboles successifs nuls Le $(n + 1)$ ième d'une suite est codé par un niveau $\pm V$, le signe étant choisi de façon à violer la règle d'alternance des signes. Pour éviter qu'une très longue suite de bits nuls n'introduise une moyenne globale non nulle , on impose en plus aux viols de satisfaire entre eux la règle d'alternance . Mais il se peut que dans ce cas le récepteur ne sache plus distinguer entre un symbole d'un caractère de viol . Dans ce cas le premier zéro d'une suite des $n+1$ zéros consécutifs est codé avec un $\pm V$ du même signe que le viol qui lui succède. C'est un bit dit de **bourrage** .



La figure précédente illustre le code HDB3.

A la réception un bit de bourrage est détecté s'il s'agit d'un niveau ± 1 suivi de 2 zéros et d'un bit de même polarité .

Pour le code HDB3 l'algorithm de codage d'une suite de zéros est le suivant :



Code nBmB

Le signal est découpé en blocs constitués de n bits , chaque bloc est codé sous forme d'un bloc de m bits ($m > n$) .

Avec n bits il existe 2^n messages possibles , or m bits autorisent $2^m > 2^n$ combinaisons .Il suffit d'établir une table de correspondance qui à un mot de n bits fait correspondre un mot de m bits choisi pour posséder un nombre minimal de transitions. Cette technique présente accessoirement l'avantage d'assurer une certaine protection vis à vis du bruit. En effet si $m \gg n$ il est possible de choisir parmi les 2^m combinaisons disponibles 2^n codes tels qu'une erreur de 1 ou 2 bits sur l'un de ces codes conduise toujours à un mot qui n'est pas un mot code. Une erreur de transmission est alors immédiatement détectée et peut même dans certains cas être corrigée. Bien sûr le flot de bits transmis est plus grand qu'avec un code classique , une certaine redondance a été introduite , c'est le prix à payer à la sécurité .

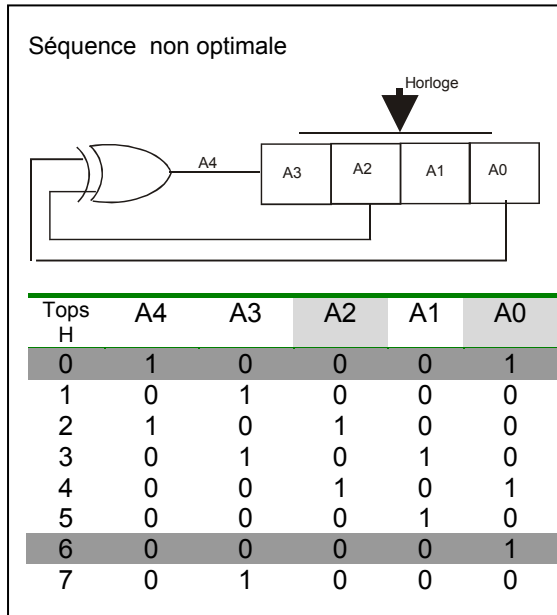
Techniques d'embrouillage (Scrambling)

Pour accroître le nombre de transitions et éliminer des longues suites de bits identiques on utilise systématiquement la technique de l'embrouillage (parfois appelé brassage) .

Séquences pseudo aléatoires

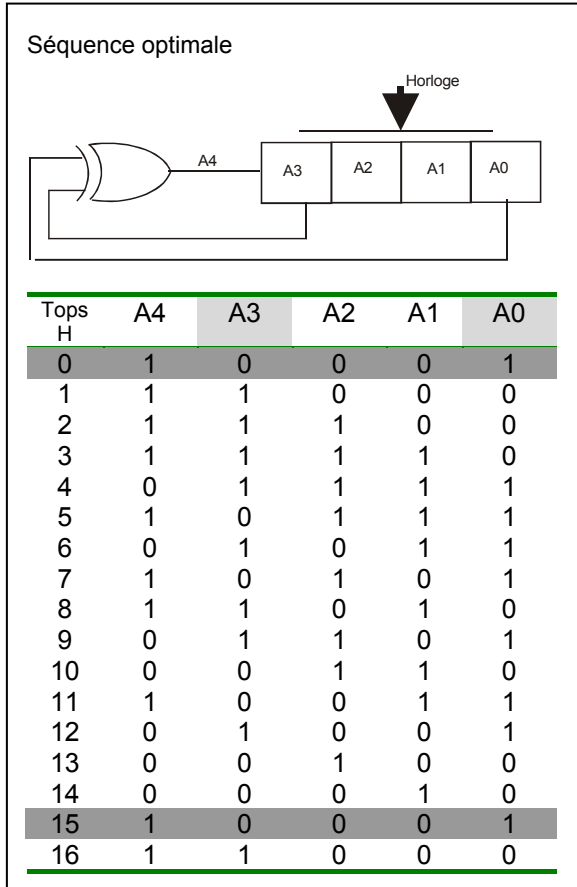
Une séquence pseudo aléatoire est une longue suite de bits se reproduisant périodiquement avec une période longue , qui possède certaines caractéristiques d'un signal aléatoire . Elle est crée en effectuant un bouclage grâce à plusieurs ou exclusifs sur un registre à décalage .

Considérons les montages de la figure suivante . A chaque impulsion d'horloge le bit résultat de la combinaison des 2 ou 3 bits prélevés le long de la chaîne est entré dans la case de gauche , alors que les autres bits de décalent d'un cran à droite. Si au départ tous les bits contenus dans le registre sont nuls ils le resteront , par contre si au moins un 1 est présent au départ le registre prendra successivement un nombre d'états qui ne peut pas dépasser $2^n - 1$, n étant le nombre de cases (l'état zéro ne peut pas être crée à partir d'états contenant un ou plusieurs 1) , c'est donc forcément un signal périodique . La périodicité peut au maximum atteindre $2^n - 1$, mais elle n'est pas nécessairement aussi grande .



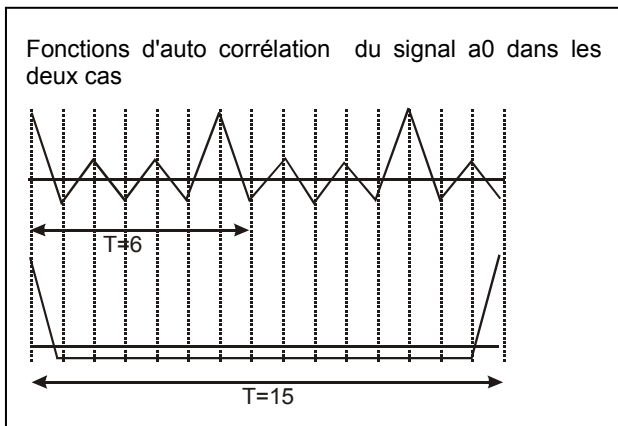
Avec le bouclage de la figure de gauche l'état initial du registre à décalage se retrouve après 6 tops d'horloge, le signal recueilli sur l'un des étages, par exemple le dernier a_0 , à comme période 6.

Avec au contraire le bouclage de droite cette périodicité à la valeur maximale $2^4-1=15$



On peut montrer que si le bouclage est tel que la période soit maximale (cette condition est nécessaire mais non suffisante) le signal recueilli sur l'une des cases du registre possède un spectre de puissance semblable à celui d'un bruit blanc. On sait en effet que pour un tel bruit (DSP constante en fonction de f) la fonction d'auto-corrélation est un Dirac à l'origine. Or examinons la fonction d'auto-corrélation des signaux recueillis sur a_0 dans les deux cas précédents. (Le calcul est fait en considérant que les niveaux sont +1 et -1 et non 1 et 0);

$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t).x(t - \tau)dt$$



Dans le cas où la période est 6, la fonction d'auto-corrélation est une fonction de période 6 de forme assez irrégulière, si au contraire le bouclage est tel que la période est maximale (2^n-1) elle présente seulement deux pics d'amplitude 1, de largeur 1, et est constante et très faible ailleurs ..

Par exemple pour, $n=20$, la période est 1048575 la fonction d'auto-corrélation est constituée de deux pics de largeur ± 1 , d'amplitude 1, l'amplitude ailleurs étant de $-1/1048575$ seulement. La fonction d'auto-corrélation ressemble à un Dirac d'où la propriété annoncée plus haut. Des

séquences pseudo-aléatoires sont souvent utilisées comme bruit test pour étudier la réponse des équipements à ce type de signal.

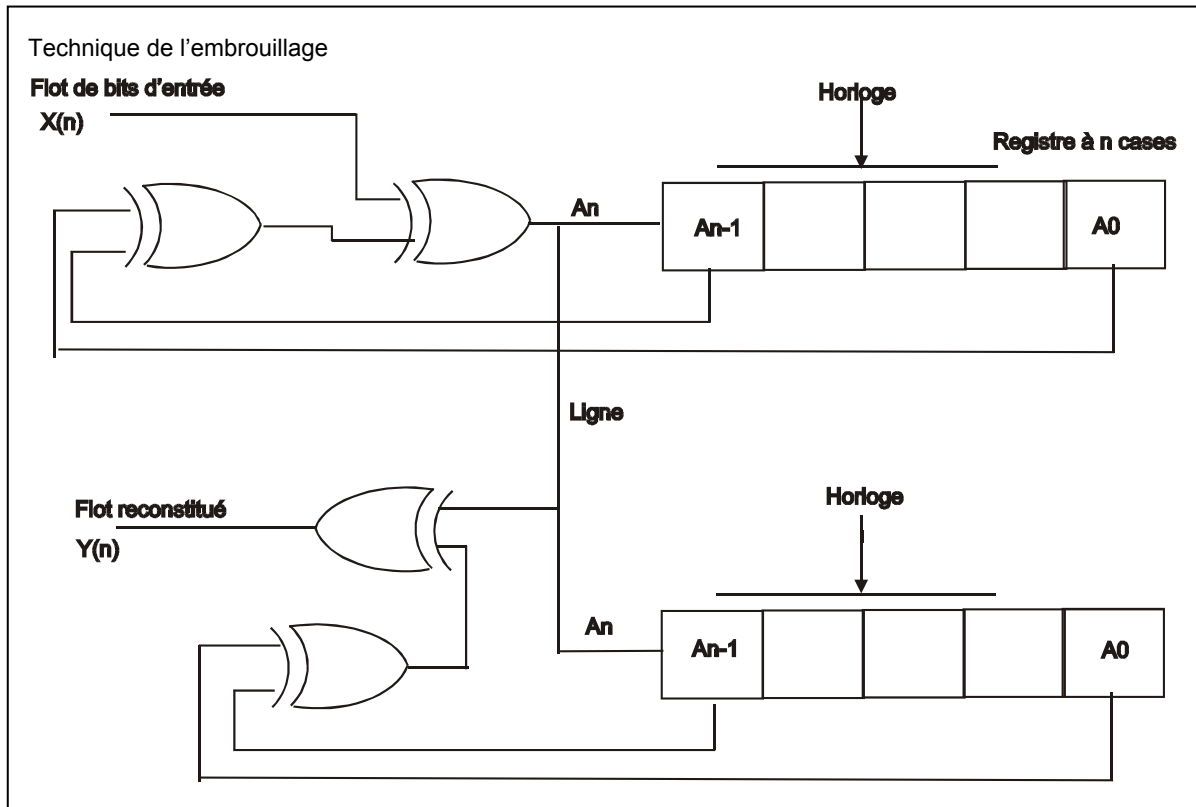
Les bouclages à assurer pour obtenir des séquences pseudo aléatoires sont indiquées dans le tableau suivant pour quelques valeurs de n . Les cases sont numérotées à partir de la droite 0 1 2 ... comme sur les figures. Noter que le ou exclusif entre plus de deux cases est parfois nécessaire, c'est le cas par exemple pour 8 cases où $a_8 = a_0 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4$

Bouclages pour séquences pseudo aléatoires

n	Bouclage sur	Période
3	0 1	7
4	0 1 ou 0 3	15
5	0 2	31
6	0 1	63
8	0 2 3 4	255
10	0 3	1023
12	0 1 4 6	4095
16	0 1 3 12	65535
20	0 3	1048575
24	0 1 2 7	16777215
31	0 3	2147483647

L'embrouillage (Scrambling)

La technique de l'embrouillage consiste à modifier le comportement d'un générateur de



séquence pseudo aléatoire par le flot de bits à transmettre . Le résultat est une suite possédant de nombreuses transitions. Le signal initial est restitué au niveau du récepteur grâce à un circuit identique à celui utilisé à l'émission.

De nombreux schémas sont possibles, celui qui est présenté ci dessus présente l'avantage d'être auto synchronisé.

On peut écrire après chaque coup d'horloge (les horloges doivent bien sûr être synchronisées) .

$$a_n = x(n) \oplus (a_0 \oplus a_{n-1})$$

$$y(n) = a_n \oplus (a_0 \oplus a_{n-1})$$

mais l'addition modulo 2 possède les propriétés suivantes :

$$a \oplus a = 0 \quad \text{et} \quad a \oplus 0 = a$$

donc : $y(n) = x(n) \oplus (a_0 \oplus a_{n-1}) \oplus (a_0 \oplus a_{n-1}) = x(n) \oplus 0 = x(n)$

Par contre le signal an transmis sur la ligne présente de nombreuses transitions.

Note :

Les bouclages à assurer pour obtenir des séquences pseudo aléatoires sont indiquées dans le tableau suivant pour quelques valeurs de n. Les cases sont numérotées à partir de la droite 0 1 2 ... comme sur les figures. Noter que le ou exclusif entre plus de deux cases est parfois nécessaire, c'est le cas par exemple pour 8 cases où $a_8 = a_0 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4$

Codes multiniveaux

Sur des canaux de transmission pas trop bruités il est possible de distinguer plus de 2 niveaux d'amplitude. Le signal d'origine étant binaire le codage multiniveaux n'est intéressant que si le nombre de niveaux est une puissance de 2,

Codes à trois niveaux

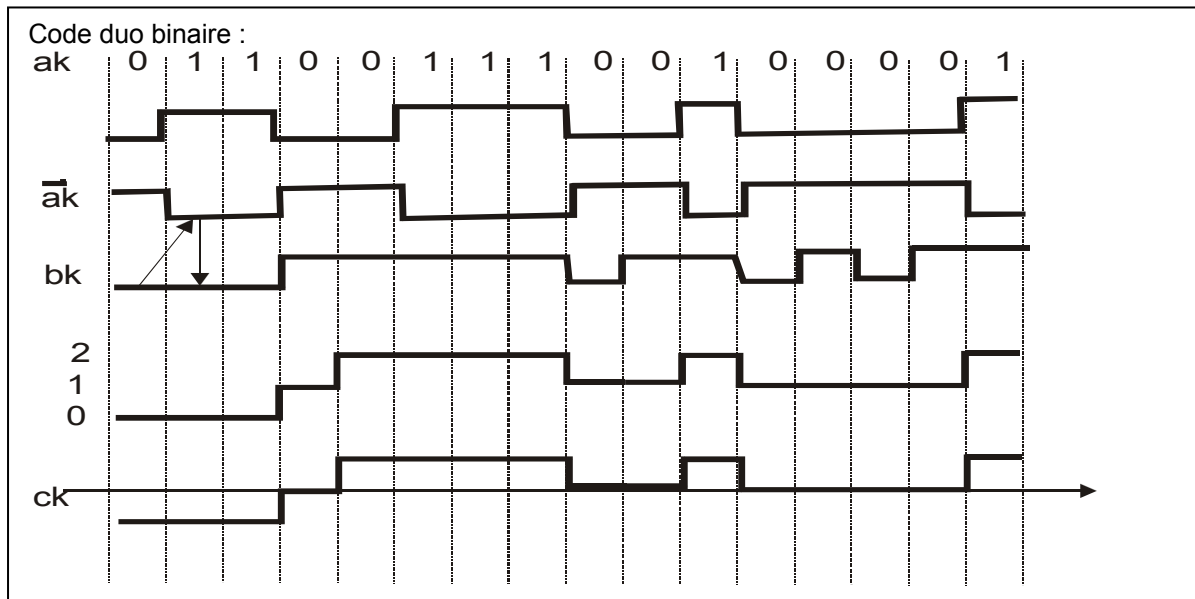
Il n'y a pas de vrai code ternaire, nous citerons seulement le code duobinaire qui utilise les 3 niveaux, il a été utilisé dans la norme de télévision numérique D2 MAC Paquets aujourd'hui abandonnée.

Le codage est défini par les équations suivantes :

$$b_k = \overline{a_k} \oplus b_{k-1}$$

$$c_k = b_k + b_{k-1} - 1$$

La première ligne fait appel à un ou exclusif, la seconde à des opérations arithmétiques. Ainsi c_k peut posséder 3 niveaux.



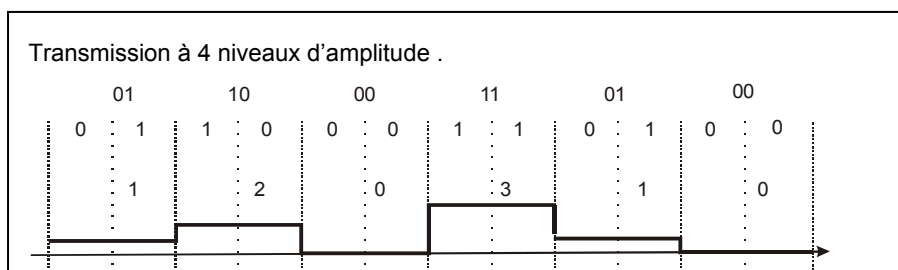
A la réception la suite a_k est restituée par :

$$b_k = c_k - b_{k-1} + 1$$

$$et \quad a_k = \overline{b_k \oplus b_{k-1}}$$

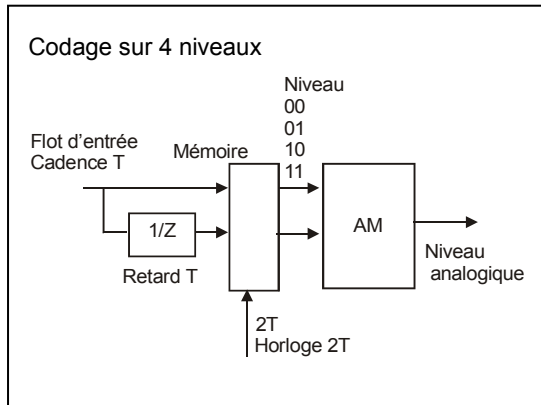
Les codes à 4 niveaux (ou plus)

Chaque symbole peut posséder 4 états il est donc défini à partir d'un groupe de 2 bits et transmis à une cadence moitié de l'horloge bit. Or le spectre d'un signal à 4 niveaux a la même largeur que celui du signal binaire de même vitesse, pour une bande passante donnée la cadence de transmission est donc doublée.



Avec 8 niveaux les bits doivent être groupés par 3, par rapport à un

code NRZ le débit pour une même fréquence d'horloge est triplé .Mais la reconnaissance sans erreur d'un niveau parmi 8 est délicat et ce système est sensible au bruit. Pour cette raison il est prudent de ne pas dépasser 4 niveaux .



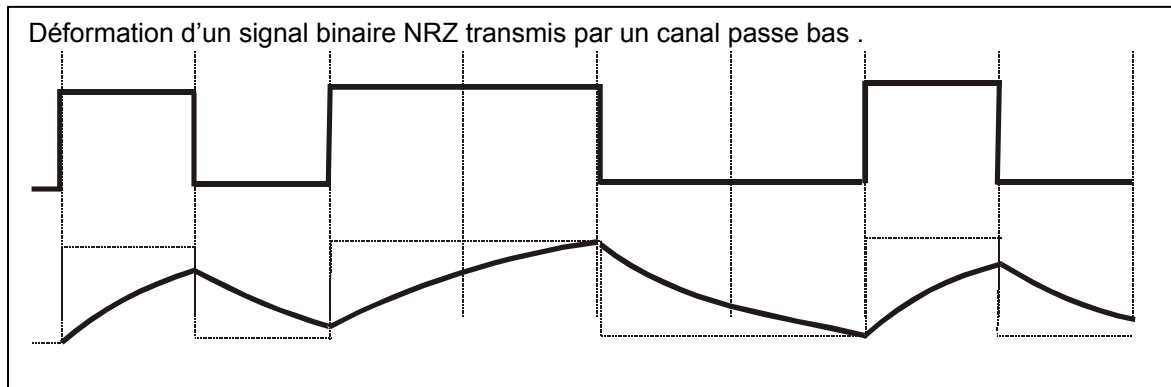
Interraction entre symboles (IES): Diagramme de l'œil

Un canal de transmission ayant toujours une bande passante limitée, chaque symbole transmis est déformé et surtout étalé. A la réception les symboles successifs se trouvent en partie mélangés et leur identification peut devenir difficile.

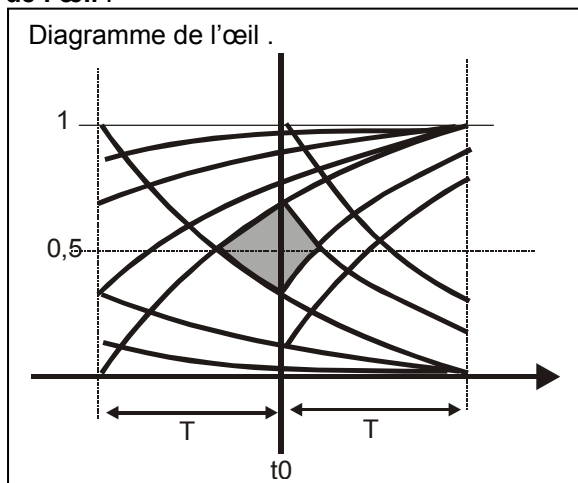
La détection s'effectue le plus souvent par échantillonnage du signal reçu à un instant de la période jugé favorable , par exemple en fin de période pour un signal binaire NRZ et analyse du niveau

obtenu.

Considérons par exemple un signal binaire NRZ transmis par un canal se comportant comme un intégrateur RC . La forme du signal reçu dépend de l'évolution antérieure du niveau émis comme le montre la figure ci dessous .



L'échantillonnage en fin de période délivre un niveau que l'on compare à la valeur moitié. Si le niveau est supérieur à 0,5 le symbole reçu est considéré comme un 1 .En visualisant sur l'écran d'un oscilloscope ce signal pour un balayage de durée 2T on obtient une figure appelée **diagramme de l'œil** .



Avec une constante de temps voisine de la période bit , la figure obtenue est reproduite ci contre . Les tracés successifs couvrent l'écran sauf au centre .A l'instant t_0 , fin de période le niveau est supérieur à 0,5V si le symbole précédent était un 1 , inférieur à cette même limite si c'était un zéro. L'identification n'est possible que si la zone centrale , remplie en grisé sur la figure ,subsiste. On dit que l'œil est ouvert.

Pour des signaux plus complexes le diagramme de l'œil conserve grossièrement la même allure. +

Elimination de l'IES Condition de Nyquist

La limitation de la bande passante conduit inévitablement à un élargissement des symboles émis, mais cet élargissement ne perturbe pas l'identification si les contributions des différents symboles antérieurs sont nulles à l'instant d'échantillonnage .

Soit $d_i g(t)$ un symbole isolé transmis et $d_r(t)$ le signal reçu

Si ce signal est compris dans un flot continu de symboles adjacents le signal reçu est alors :

$$s(t) = d_i r(t) + \sum_{k \neq i} d_k r(t + kT)$$

Il n'y a pas d'IES si à l'instant t_0 d'échantillonnage $r(t_0 + kT) = 0 \quad \forall k$ C'est la condition de Nyquist.

C'est par exemple le cas représenté sur la figure ci contre .

